

Les modèles en Sciences de l'ingénieur

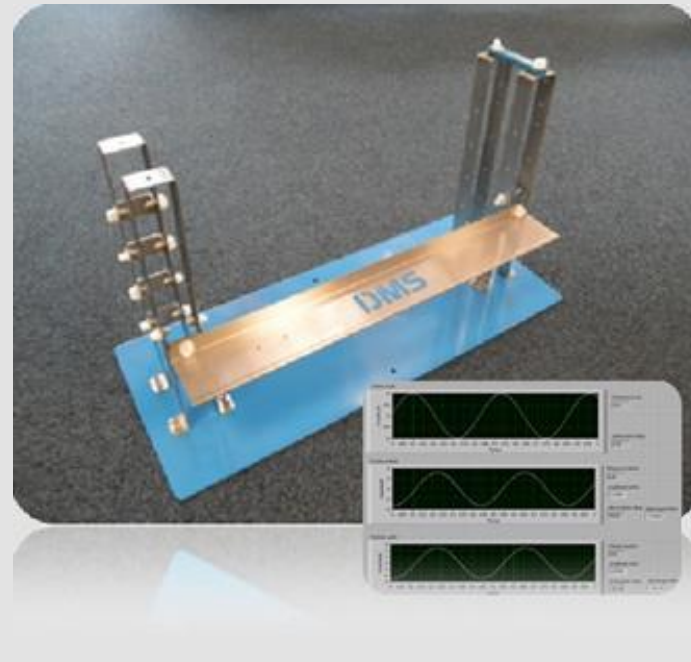
L'utilisation de modèles permet :

- de gagner du temps dans la phase prototypage en simplifiant le prototype,
- des évolutions rapides dans les choix techniques,
- une plus grande latitude dans les tests réalisés.

Quels intérêts en projets ?

- soit le modèle est un outil de conception, et il se doit d'être le plus précis possible.
- soit le modèle sert à estimer le comportement du réel dans d'autres configurations et un modèle "boite noire", obtenu par identification par exemple, suffit.
- soit le modèle à une fin pédagogique, et il doit être (initialement) simple, compréhensible, incomplet et engendrer un écart qui sert de prétexte pédagogique. Il s'améliore petit à petit...

Maquette didactique du pont Gustave Flaubert



Modèle Matlab de la structure

Pourquoi faire un modèle ?

- pour répondre au programme

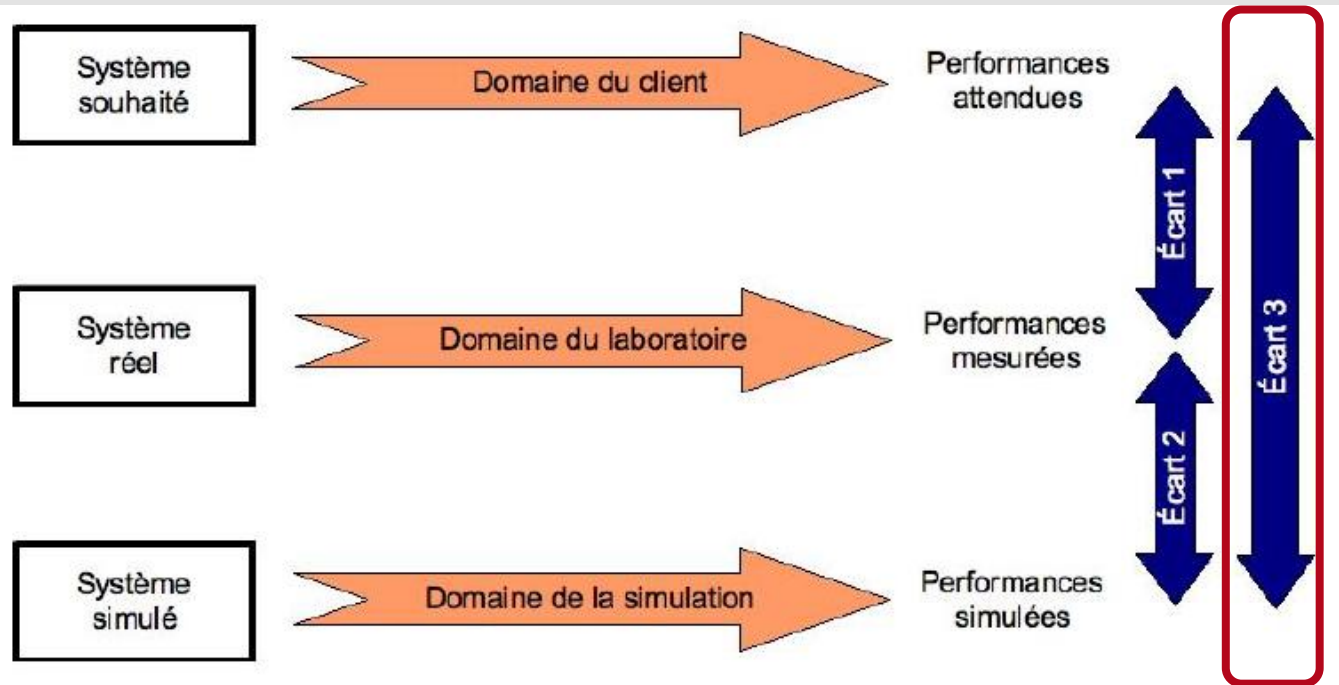
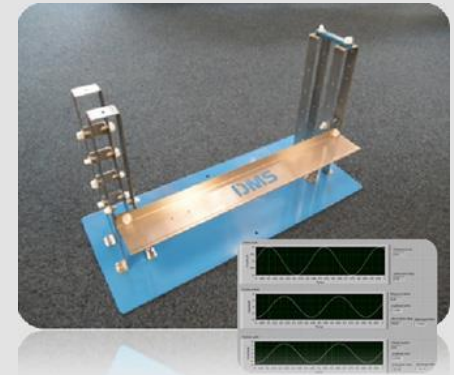


Figure 1 : représentation des différents écarts

1^{ère} possibilité

Ecart 3 : système souhaité / système simulé

Cela impose de connaître le cahier des charges ou d'imaginer une problématique. Ce cahier des charges doit être défini par des valeurs à atteindre.

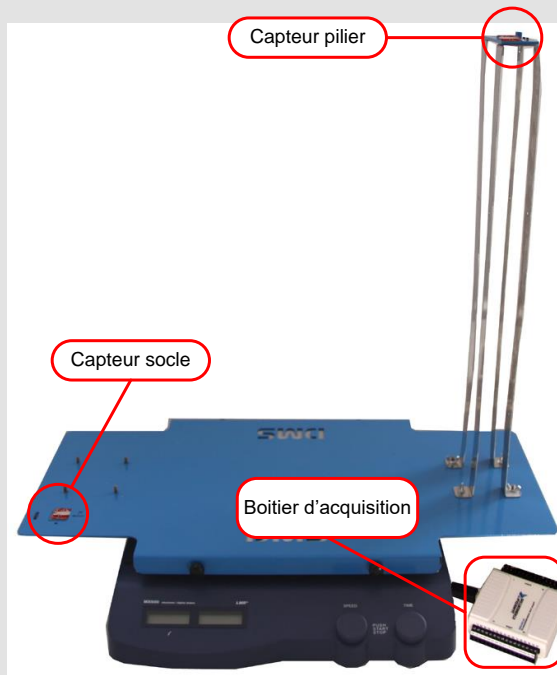
On cherche à déterminer le profilé optimum permettant d'annuler le déplacement engendré par une rafale de vent de 50 km/h sur un panneau lumineux au bout de 2 s tout en engendrant pas de fréquence supérieure à 500 Hz.

Ne possédant pas de panneau, comment établir un modèle permettant de conclure ?

Ecart 3 : système souhaité / système simulé

Pour valider un modèle, il faut le comparer.

On établit alors le modèle d'un système similaire.



Si on arrive à minimiser l'écart entre le modèle et le réel, on pourra l'utiliser pour répondre à la problématique initiale.

Ecart 3 : système souhaité / système simulé



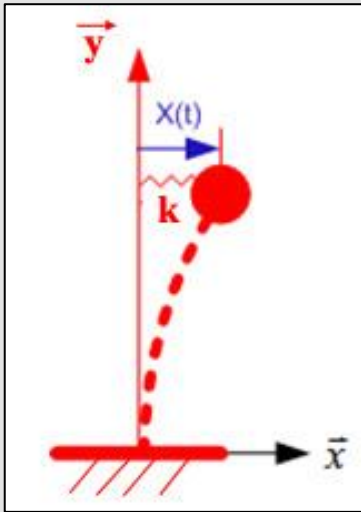
On dispose :

- d'une maquette qui modélise un bâtiment à un étage reposant sur quatre poutrelles métalliques verticales.
- du logiciel de simulation Matlab / Simulink / Simscape

On cherche à établir un modèle de la maquette que l'on utilisera pour répondre à la problématique.

Ecart 3 : système souhaité / système simulé

1^{ère} étape : élaboration du modèle le plus simple



On constate : le système revient à sa position initiale quand on l'écarte de sa position d'origine.

On modélise : par une masse oscillante

La mise en équation permet d'introduire les caractéristiques fondamentales du comportement (M , k)

$$M.a_c(t) = -K.x(t)$$

Ecart 3 : système souhaité / système simulé

1^{ère} étape : élaboration du modèle le plus simple



Il faut mesurer M et k

>> des questions surgissent :

- M est-elle la masse du plateau supérieur ?
- M est-elle la masse de l'ensemble ?
- Peut-on mesurer la raideur ?

$$M.a_c(t) = -K.x(t)$$

Ecart 3 : système souhaité / système simulé

1^{ère} étape : élaboration du modèle le plus simple

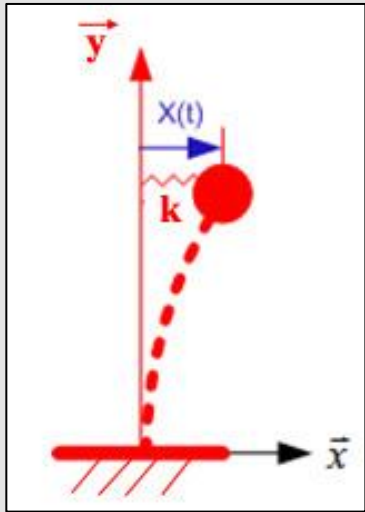
On mesure $M = 0,5 \text{ kg}$ (masse structure)



On mesure $K = 130 \text{ N/m}$

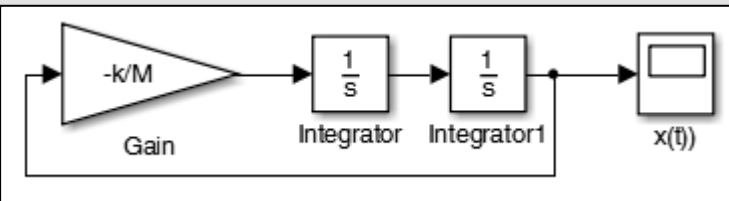
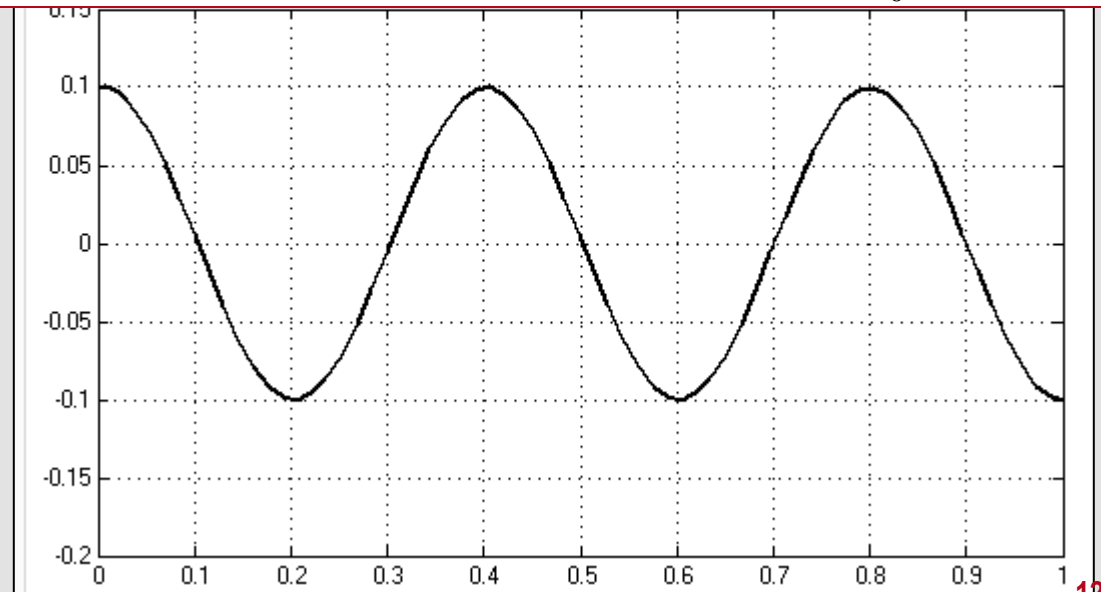
Ecart 3 : système souhaité / système simulé

1^{ère} étape : élaboration du modèle le plus simple



Matlab / Simulink permet la résolution numérique de cette équation.

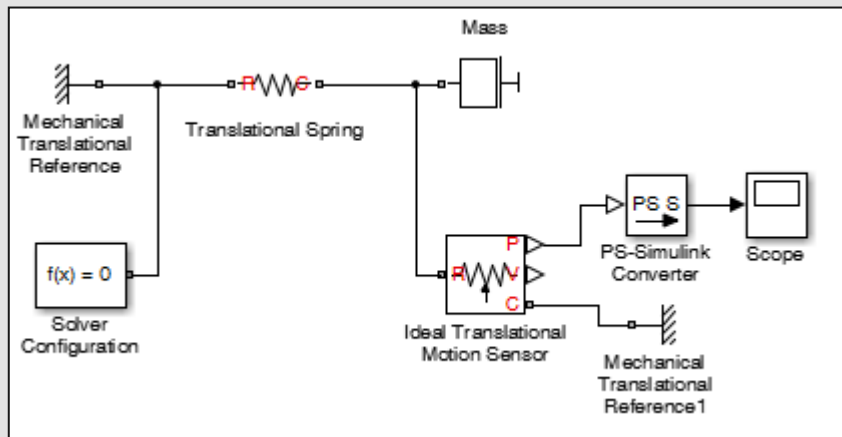
On mesure une période de 0,4 s $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{K/M}}$



$$x(t) = -K / M. \iint x(t).dt$$

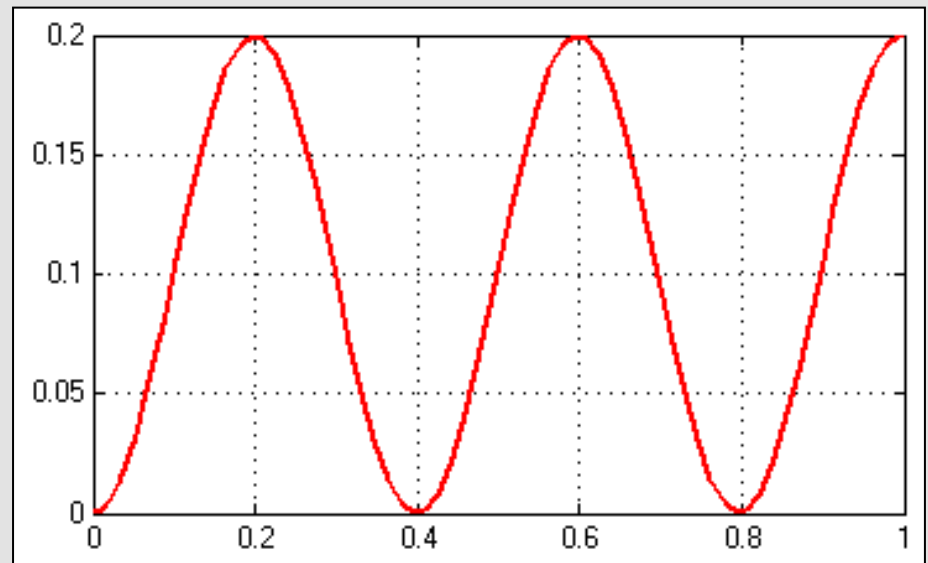
Ecart 3 : système souhaité / système simulé

1^{ère} étape : élaboration du modèle le plus simple



Matlab / Simscape permet une simulation sans équations (acausale).

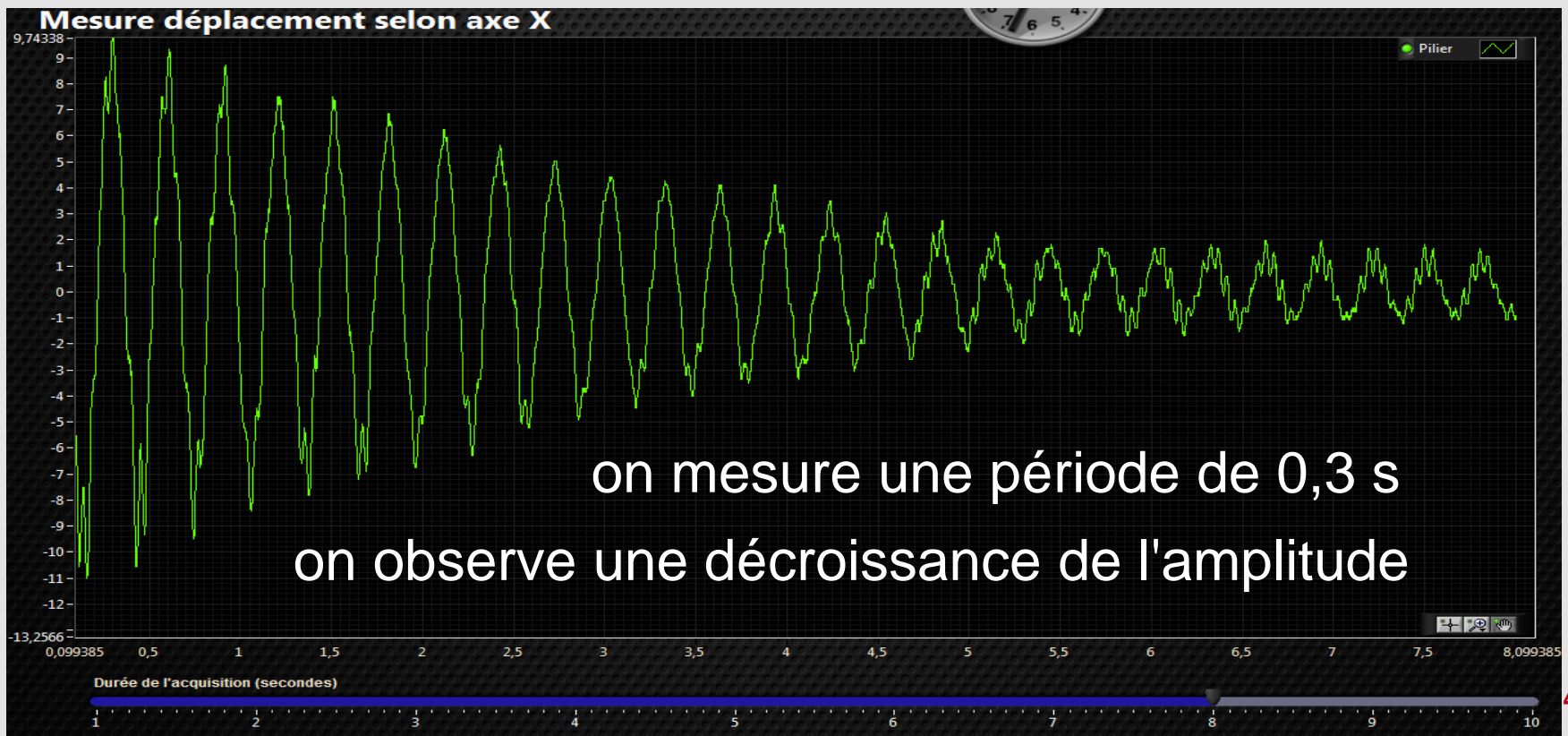
On mesure une période de 0,4 s



Ecart 3 : système souhaité / système simulé

2^{ème} étape : validation du modèle

On va comparer les résultats issus de la simulation avec des mesures.

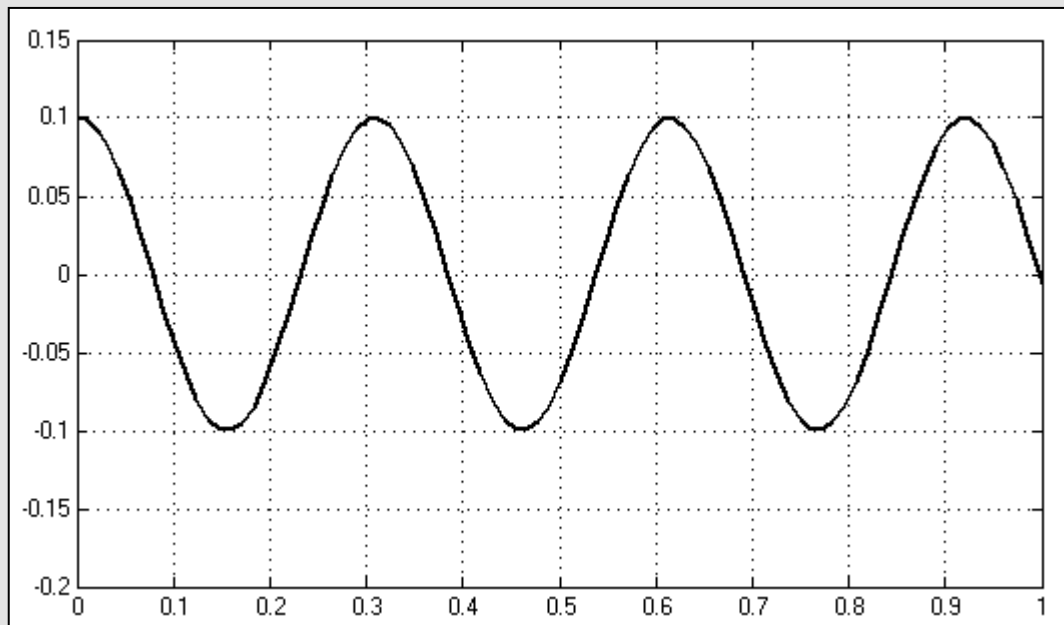


Ecart 3 : système souhaité / système simulé

3^{ème} étape : diminution de l'écart sur la période

L'hypothèse d'une masse de 0,5 kg concentré en tête est discutable.

Cherchons par essai successif pour quelle valeur de M la période $T=0,3$ s

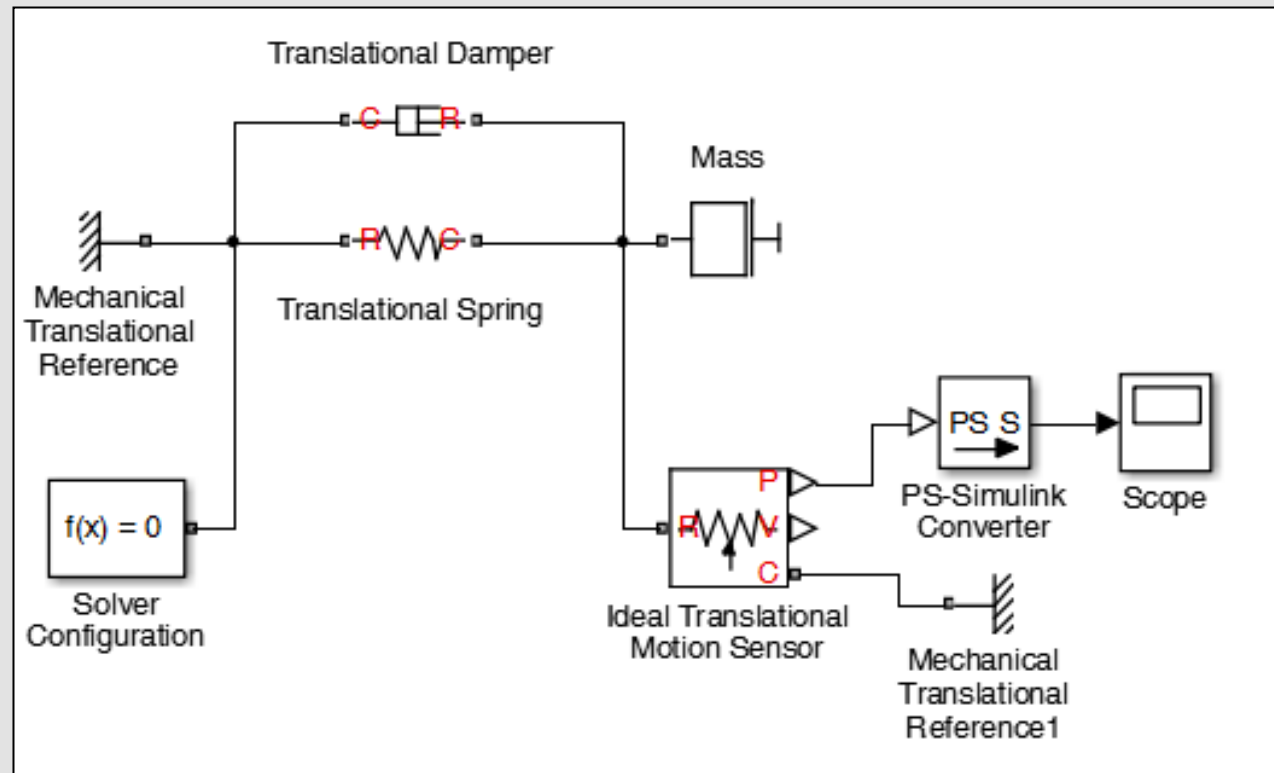
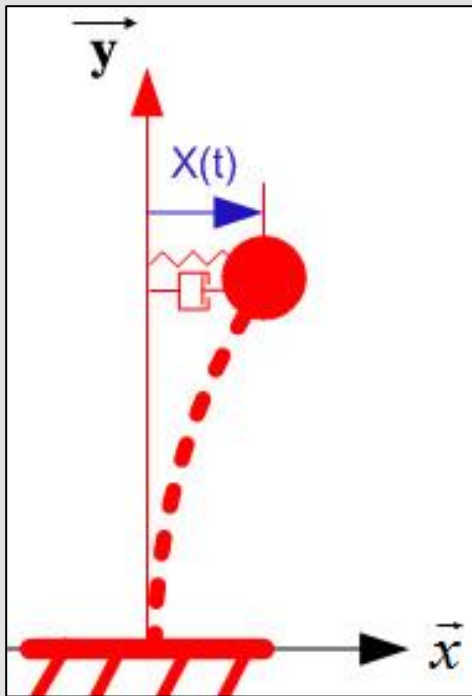


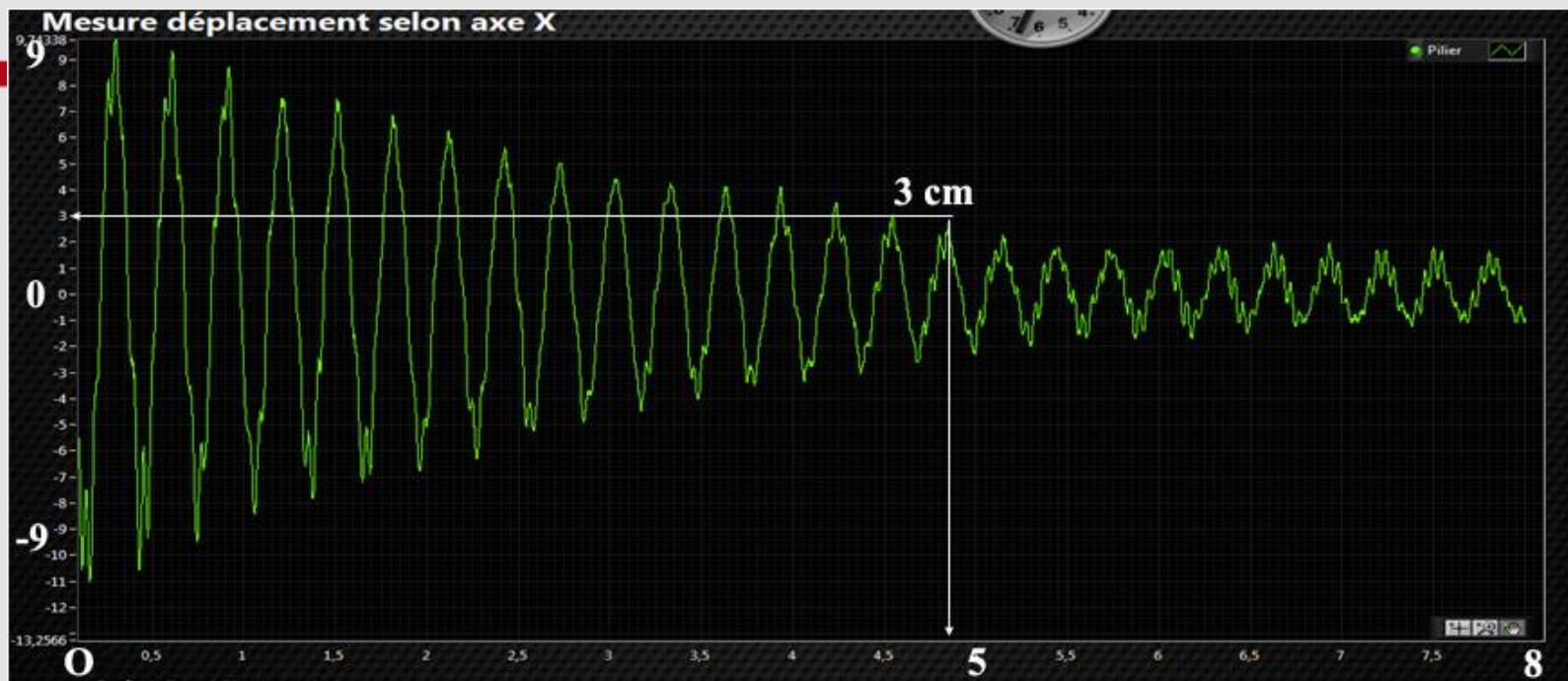
$$M = 0,3 \text{ kg}$$

Ecart 3 : système souhaité / système simulé

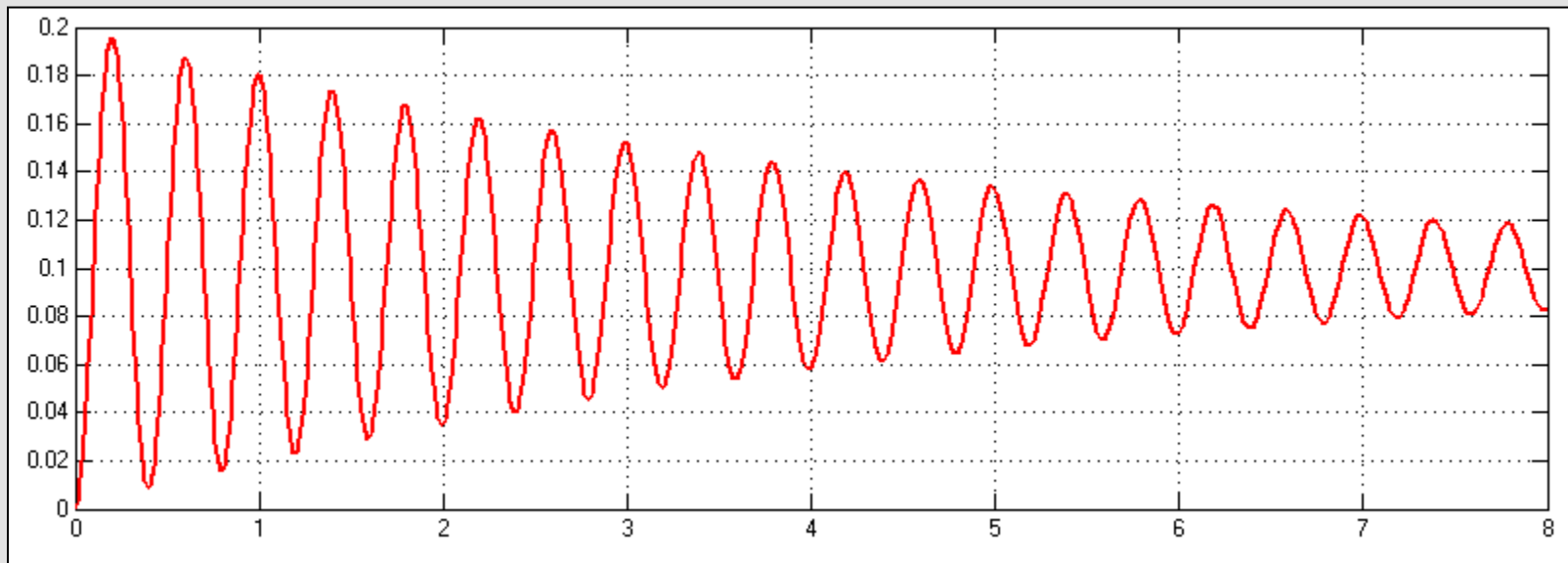
3^{ème} étape : diminution de l'écart sur l'amplitude

La prise en compte de l'amortissement structurel est nécessaire.





amortissement de $0,2 \text{ N.m}^{-1} \cdot \text{s}$



Comment répondre au problème initial ?

On cherche à déterminer le profilé optimum permettant d'annuler le déplacement engendré par une rafale de vent de 50 km/h sur un panneau lumineux de masse 2 kg, de hauteur 2 m, au bout de 2 s tout en n'engendrant pas de fréquence supérieure à 500 Hz.

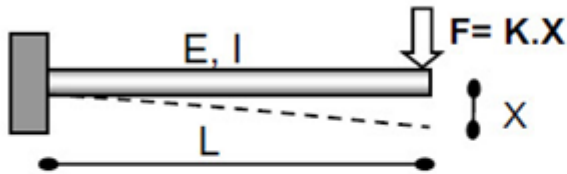
On calcule la masse à modéliser en utilisant le coefficient de correction précédent.

$$M = 2 * (0.3/0.5) = 1,2 \text{ kg}$$

Comment répondre au problème initial ?

Comment obtenir K ? On doit le calculer.

Une étude s'appuyant sur les équations de la Résistance Des Matériaux (RDM) permet d'obtenir la formule théorique de la raideur d'une poutre soumise à de la flexion :



$$K = n \cdot \frac{E.I}{L^3}$$

n : coefficient dû à la nature des liaisons aux extrémités ($n = 12$ pour une poutre encastree / libre)

E : Module de déformation longitudinale (module d'Young) [N/m²]

L : longueur [m]

I : moment quadratique de flexion [m⁴]

Le moment quadratique d'une poutre de section rectangulaire

en flexion autour de Y vaut $I = \frac{b.h^3}{12}$

On valide cette formule à l'aide du modèle précédent.

$$K_{\text{calcul}} = 151 \text{ N/m} \quad K_{\text{mesure}} = 130 \text{ N/m}$$

On garde la valeur de l'amortissement

Comment répondre au problème initial ?

Par itération, on trouve le bon profilé...